# 反射高速電子回折における入射電子波動場の計算

## Calculation of Incident Electron Wave Field in Reflection High-Energy Electron Diffraction

堀尾吉已\*

### Yoshimi Horio

#### Summary

Conventional reflection high-energy electron diffraction (RHEED) method analyzes crystal surface structures from the geometries and the intensities of the diffraction spots. This method focuses on the electrons which are reflected from a crystal surface toward a vacuum. On the other hand, the density distribution of incident electrons, which is called as "wave field", around a crystal surface is important for understanding the behavior of the incident electrons, but it has not been studied so much so far. Here, a calculation method of the wave field formed by incident electrons is presented and some calculated results for Al adsorbed surface structures on Si(111) and Si(001) substrates are demonstrated.

キーワード:反射高速電子回折、波動場、動力学的理論 Keywords: reflection high-energy electron diffraction (RHEED), wave field, dynamical theory

### 1. はじめに

電子は原子との相互作用が強いため、電子が結晶試 料表面に入射すると表面近傍原子と多重散乱を繰り返 し、一部は表面から真空中に反射する。この反射電子 は結晶表面近傍の原子構造の情報を有する。表面垂直 入射であっても低速電子では前方散乱能が低いため表 面数原子層からの反射が支配的となり、表面構造の分 析評価法として使用される。一方、高速電子は前方散 乱能が高いため表面深く侵入するが、入射視射角を7° 以下程度の表面すれすれの角度で入射させると、低速 電子と同様に表面から数原子層程度まで侵入して反射 する割合が支配的となる。このように表面近傍からの 出射であるにも拘らず、X 線回折のような一回散乱現 象を基礎とする運動学的解析では定量的な電子回折強 度は得られない。多重散乱理論を用いなければ反射回 折電子の強度を正確に議論できない。そのためには結 晶ポテンシャルを考慮した Schrödinger 方程式を解かね ばならず、多波の動力学的回折理論を用いる必要があ る。

電子回折の動力学的理論はBethe<sup>1)</sup>により当初報告さ れたが、これは透過電子回折に使用された。反射電子 回折では結晶表面における境界条件の取り方が透過電 子回折と異なることや、表面再構成の解析も必要とな ることで、新たな反射電子回折強度の計算手法が Harding<sup>2)</sup>、Moon<sup>3)</sup>、そして Collera<sup>4)</sup> により提案された。 しかしながら、それらは表面再構成を計算に取り込む ことが困難であった。多くの結晶表面は結晶内部の構 造とは異なり、緩和や再構成が存在する。そこで、 Kambe<sup>5)</sup>は結晶ポテンシャルを結晶表面に平行に2次 元フーリエ展開することを提案した。この手法を用い、 反射高速電子回折(RHEED)の動力学的理論として最初 に Maksym と Beeby ら の の グループによる手法と Ichimiya<sup>7)</sup> によるマルチスライス法がそれぞれ独立に 提案された。その後、Zhao ら<sup>8)</sup>の R-Matrix 法や Meyer-Ehmsen<sup>9</sup> による WKB 法、Nagano<sup>10</sup> による方法、 そして Peng と Cowley ら<sup>11)</sup>の方法が提案された。本研 究では多波のマルチスライス法を用いて高速電子の反

<sup>\*</sup> 工学部 電気電子工学科

射回折電子強度を求め、その各回折波の波動関数の総 和の絶対値の2乗で電子の密度分布、すなわち"波動 場"の強度分布を求めた。

一般に RHEED 法は結晶表面から反射回折して真空 中に出射する電子線群を蛍光スクリーンに映し、その 幾何学模様や回折斑点強度を分析・評価する。しかし ながら、本研究では入射電子が結晶表面近傍に形成す る電子密度分布すなわち波動場に注目するものであり、 まだ十分理解されていない分野である。ここでは動力 学的理論を用いた波動場計算の方法を紹介し、AI 原子 の吸着表面構造に対する波動場の計算結果を示す。ま た、波動場の様子から得られる情報について整理する。

### 2. 動力学的理論を用いた RHEED 波動場の計算

理論の基は、結晶ポテンシャルV(r)の中の電子の振舞いを記述する下記の Schrödinger 方程式である。

$$(\nabla^2 + K^2)\varphi(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) = 0 \tag{1}$$

ここで $\varphi(\mathbf{r})$ は1電子波動関数、 $U(\mathbf{r})$ はポテンシャル関数であり、 $U(\mathbf{r}) = {\binom{2me}{\hbar^2}}V(\mathbf{r})$ とおいた。また、 m,e,h はそれぞれ電子の質量、素電荷、プランク定数である。結晶表面は表面平行方向に周期性を有するため、波動関数  $\varphi(\mathbf{r})$  とポテンシャル関数  $U(\mathbf{r})$  は表面平行方向に以下のようにフーリエ展開できる。

$$\varphi(\mathbf{r}) = \sum_{m} C_{m}(z) \exp(i(\mathbf{K}_{0t} + \mathbf{B}_{m}) \cdot \mathbf{r}_{t})$$
(2)  
$$U(\mathbf{r}) = \sum_{m} U_{m}(z) \exp(i\mathbf{B}_{m} \cdot \mathbf{r}_{t})$$
(3)

ただし、 $r_t \ge K_{0t}$ はそれぞれ原子の位置ベクトル $r \ge$ 入射電子の波数ベクトル $K_0$ の表面平行成分である。  $B_m$ は逆格子ロッドベクトルである。式(2)  $\ge$  (3)を式 (1)に代入して整理すると

 $\frac{d^2}{dz^2}C_m(z) + \Gamma_m^2 C_m(z) + \sum_m U_{m-n}(z) C_n(z) = 0 \quad (4)$ 

が得られる。ここで、 $\Gamma_m^2 = K^2 - (K_{0t} + B_m)^2$ であり、  $\Gamma_m$ はm番目の逆格子ロッドが関与する回折波の表面 垂直成分である。m番目の逆格子ロッドが関与する 回折波の波動関数を求めるには $C_m(z)$ を求める必要 がある。

マルチスライス法は、図1に示すように結晶を表面 平行に薄くスライスし、各スライス内のポテンシャル は深さ方向(z方向)に一定であると仮定し、各スライ ス内で Schrödinger 方程式を解く方法である。結晶内の n番目のスライス内の波動関数 $\varphi^n(z_0(表面) > z > z_l(裏面))$ は $m = 1 \sim N$ 番目の回折波の波動関数の和 として、式(5)のように表される。



図 1 マルチスライス法の概念図。結晶を 表面平行に薄くスライスし、各スライス内 で深さ方向 (z方向)のポテンシャルは一定 とみなす。入射電子の波動関数を $\Psi_0$ 、結晶 内の入射と反射係数を $\alpha \ge \beta$ 、結晶表面で反 射する波動関数をR、裏表面から透過する 波動関数をTで表す。

$$\varphi^n = \sum_{j=1}^{2N} \alpha_j^n \sum_m C_m^{n,j} e^{-i\gamma_t^n z} e^{iK_{mt} \cdot r_t}$$
(5)

ここで、回折波の波数ベクトルの表面平行成分は $K_{mt} = K_{0t} + B_m$ である。 $\alpha_j^n$ は境界条件で決まる係数、 $\gamma_j^n$ は 第n層内の j 番目の固有値であり、それは波数ベクトルの表面垂直成分に相当する。そして $C_m^{n,j}$ は固有値  $\gamma_j^n$ に対する固有ベクトルである。

### 2.1 第*n*層と第*n*+1層の間の境界条件

第*n*層と第*n* + 1層の間の境界条件は、下記の波の連続の条件を満たす。

$$\begin{cases} \varphi^{n}(\mathbf{r}_{t}, z_{n}) = \varphi^{n+1}(\mathbf{r}_{t}, z_{n}) \\ \frac{\partial \varphi^{n}(\mathbf{r}_{t}, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_{n}} = \frac{\partial \varphi^{n+1}(\mathbf{r}_{t}, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_{n}} \end{cases}$$
(6)

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{n} \boldsymbol{\rho}_{n} \\ \boldsymbol{\rho}_{n} \boldsymbol{\tau}_{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{n,n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_{n,n}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_{n}^{+} \\ \boldsymbol{\alpha}_{-}^{n} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{n+1} \boldsymbol{\rho}_{n+1} \\ \boldsymbol{\rho}_{n+1} \boldsymbol{\tau}_{n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{n,n+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_{n,n+1}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_{+}^{n+1} \\ \boldsymbol{\alpha}_{-}^{n+1} \end{pmatrix}$$
(7)
$$\Xi \subseteq \mathbb{C}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{n} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{1}^{n.1} & \cdots & \boldsymbol{\tau}_{1}^{n.N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_{N}^{n.1} & \cdots & \boldsymbol{\tau}_{N}^{n.N} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_{n+1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\rho}_{1}^{n.1} & \cdots & \boldsymbol{\rho}_{1}^{n.N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\rho}_{N}^{n.1} & \cdots & \boldsymbol{\rho}_{N}^{n.N} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{e}_{n,n} = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma_1^n z_n} \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots e^{-i\gamma_N^n z_n} \end{pmatrix},$$
$$\boldsymbol{e}_{n,n+1} = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma_1^{n+1} z_n} \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots e^{-i\gamma_N^{n+1} z_n} \end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{\alpha}_+^n = \begin{pmatrix} \alpha_1^n\\ \vdots\\ \alpha_N^n \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\alpha}_-^n = \begin{pmatrix} \alpha_{N+1}^n\\ \vdots\\ \alpha_{2N}^n \end{pmatrix}$$

であり、  $\{\tau_m^{n,j}\}=(\Gamma_m+\gamma_j^n)C_m^{n,j}$  ,  $\{\rho_m^{n,j}\}=(\Gamma_m-\gamma_j^n)C_m^{n,j}$ である。今後、

$$\boldsymbol{\alpha}_{+}^{n} = \begin{pmatrix} \alpha_{1}^{n} \\ \vdots \\ \alpha_{N}^{n} \end{pmatrix} \not \simeq \boldsymbol{\alpha}^{n} = \begin{pmatrix} \alpha_{1}^{n} \\ \vdots \\ \alpha_{N}^{n} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha}_{-}^{n} = \begin{pmatrix} \alpha_{N+1}^{n} \\ \vdots \\ \alpha_{2N}^{n} \end{pmatrix} \not \simeq \boldsymbol{\beta}^{n} = \begin{pmatrix} \beta_{1}^{n} \\ \vdots \\ \beta_{N}^{n} \end{pmatrix}$$

で表記すれば、式(7)は

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{n}\boldsymbol{\rho}_{n} \\ \boldsymbol{\rho}_{n}\boldsymbol{\tau}_{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{n,n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_{n,n}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^{n} \\ \boldsymbol{\beta}^{n} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{n+1}\boldsymbol{\rho}_{n+1} \\ \boldsymbol{\rho}_{n+1}\boldsymbol{\tau}_{n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{n,n+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_{n,n+1}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^{n+1} \\ \boldsymbol{\beta}^{n+1} \end{pmatrix}$$
(8)

となる。

### 2.2 真空と表面との間の境界条件

真空中の電子波: 
$$\varphi(z > z_0 \ \forall | z < z_l)$$
は  

$$\varphi = \sum_m (T_m \ e^{-i\Gamma_m z} + R_m \ e^{i\Gamma_m z}) \ e^{iK_{mt} \cdot r_t}$$

$$\approx \begin{pmatrix} T_m = \delta_{0m} \ at \ z > z_0 \\ R_m = 0 \ at \ z < z_l \end{pmatrix}$$

で表される。  
表面(z = z<sub>0</sub>)での境界条件は  

$$\begin{cases} \varphi(r_t, z_0) = \varphi^1(r_t, z_0) \\ \frac{\partial \varphi(r_t, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = \frac{\partial \varphi^1(r_t, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} \end{cases}$$

し <sup>02</sup> I<sub>z=zo</sub> これを行列表現すれば

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Psi}_0 \\ \boldsymbol{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\rho}_1 \\ \boldsymbol{\rho}_1 \boldsymbol{\tau}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{0,1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_{0,1}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^1 \\ \boldsymbol{\beta}^1 \end{pmatrix}$$
(9)

一方、裏面 (z = z<sub>0</sub>) での境界条件は、  

$$\begin{cases}
\varphi^{l}(r_{t}, z_{l}) = \varphi(r_{t}, z_{l}) \\
\frac{\partial \varphi^{l}(r_{t}, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_{l}} = \frac{\partial \varphi(r_{t}, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_{l}}$$
これを行列表現すれば

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_l \boldsymbol{\rho}_l \\ \boldsymbol{\rho}_l \boldsymbol{\tau}_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{l,l} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_{l,l}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^l \\ \boldsymbol{\beta}^l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{T} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$
(10)

ここで

$$\Psi_{0} = \begin{pmatrix} 2\Gamma_{0}e^{-i\Gamma_{0}z_{0}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 2\Gamma_{0}R_{0}e^{i\Gamma_{0}z_{0}} \\ 2\Gamma_{1}R_{1}e^{i\Gamma_{1}z_{0}} \\ \vdots \\ 2\Gamma_{N}R_{N}e^{i\Gamma_{N}z_{0}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 2\Gamma_{0}T_{0}e^{-i\Gamma_{0}z_{l}} \\ 2\Gamma_{1}T_{1}e^{-i\Gamma_{1}z_{l}} \\ \vdots \\ 2\Gamma_{N}T_{N}e^{-i\Gamma_{N}z_{l}} \end{pmatrix}$$
(11)

である。

### 2.3 反射回折波の強度

式(8)、(9)、(10)を用いて結晶表面から裏面までの境 界条件をまとめると

$$\begin{split} \begin{pmatrix} \Psi_{0} \\ R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \tau_{1} \rho_{1} \\ \rho_{1} \tau_{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{0,1} \\ 0 \\ e_{1,1}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1}^{1} \\ \rho_{1} \\ \sigma_{1} \\ \tau_{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{1,1} & 0 \\ 0 & e_{1,1}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1}^{1} \\ \beta^{1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \tau_{2} \rho_{2} \\ \rho_{2} \\ \tau_{2} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_$$

となる。ただし、

$$\{\boldsymbol{u}_{n-1,n}\} = \left\{ e^{-i\gamma_{j}^{n}(z_{n-1}-z_{n})} \right\}, \ \left\{ \boldsymbol{u}_{n-1,n}^{-1} \right\} = \left\{ e^{i\gamma_{j}^{n}(z_{n-1}-z_{n})} \right\}$$

$$M_{j} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{j} \boldsymbol{\rho}_{j} \\ \boldsymbol{\rho}_{j} \boldsymbol{\tau}_{j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_{j-1,j} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{u}_{j-1,j}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{j} \boldsymbol{\rho}_{j} \\ \boldsymbol{\rho}_{j} \boldsymbol{\tau}_{j} \end{pmatrix}^{-1} \\ = \begin{pmatrix} \boldsymbol{q}_{11}(z_{j}) & \boldsymbol{q}_{12}(z_{j}) \\ \boldsymbol{q}_{21}(z_{j}) & \boldsymbol{q}_{22}(z_{j}) \end{pmatrix}$$

である。式(13)をそのまま計算して*R*を求めると発散 する場合がある。それを回避するため、下に示すよ うに結晶の裏面から散乱行列*M*<sub>j</sub>を掛け合わせて反射 波*R*を求めるといったリカージョン法を用いる。即ち、  $P_l = q_{21}(z_l)q_{11}^{-1}(z_l)$ *P* = (*q*(*z*)+*q*(*z*)*P*<sub>2</sub>)(*q*(*z*)+*q*(*z*)*P*<sub>2</sub>)<sup>-1</sup>

$$P_{l-1} = (q_{21}(z_l) + q_{22}(z_l)P_l)(q_{11}(z_l) + q_{12}(z_l)P_l) = P_{l-2} = (q_{21}(z_{l-1}) + q_{22}(z_{l-1})P_{l-1})$$

$$(q_{11}(z_{l-1}) + q_{12}(z_{l-1})P_{l-1})^{-1}$$

$$\vdots$$

 $P_{0} = (q_{21}(z_{0}) + q_{22}(z_{0})P_{1})(q_{11}(z_{0}) + q_{12}(z_{0})P_{1})^{-1}$  $R = P_{0}\Psi_{0}$ (14)

のように裏面から逐次計算することで表面から出射す る反射電子の波動関数**R**が求められる。

### 2.4 波動場の計算

蛍光スクリーンに映し出される各回折斑点の強度は 式(11)で示す**R**の各要素の絶対値の二乗で得られる。こ こで注目する波動場は式(5)で示すように各スライス内 の入射波び反射波の波動関数の総和の絶対値の二乗で 得られる。それは、入射電子が作る電子密度分布を表 すものであり、その概念図を図2に示す。

結晶内の波動場を求めるためには各スライス内の入 射波と反射波の係数である $\alpha$ と $\beta$ が必要である。それに は式(14) により得られたRから式(12)の一連の関係を 用いて逐次表面から結晶内部に向かって各スライス内 の $\alpha$ と $\beta$ を求め、式(5)から例えばn番目のスライス内の 波動関数 $\varphi^n$ を求める。このようにして各スライス内の 波動場 $|\varphi^n|^2$ を繋げて描けば、結晶全体の波動場の分布 が得られる。

### 3. Si 単結晶基板上の Al 吸着表面構造に対する波動場

上述の計算手法に基づき、Si(111)基板と Si(001)基板 のそれぞれの表面上に Al 原子を吸着させて現れる Si(111)√3×√3-Al表面構造と Si(001)2×2-Al表面構造 について波動場の計算結果を以下に示す。

### 3.1 Si(111)√3×√3-Al表面近傍の波動場

清浄な Si(111) 7 × 7基板表面上に Al 原子を数層蒸着 し、約 750℃に加熱すると余分な Al 原子は蒸発し、残



図 2 入射及び回折電子波が結晶表面近傍 に形成する波動場の概念図。(a)は入射電子 波が生む複数の反射回折波。(b)は表面波共 鳴条件で発生する2つの表面平行な回折波 による波動場。(c)はブラッグ反射による表 面垂直方向の波動場。

った 1/3 原子層の Al 原子は Si(111)基板表面上に図 3 に 示す周期的配置をとることが知られている<sup>12)</sup>。このと き、Al 原子は基板の第 2 層目の Si 原子の真上(この位 置を T<sub>4</sub>サイトと呼ぶ)に吸着する。基板 Si 原子の周期 的配置は図 3(a)の1×1単位網で示すが、その菱形の一 辺の長さ $a_r$ は Si 結晶の格子定数a = 5.43Åを用いて  $a_r = a/\sqrt{2} = 3.84$ Åである。これに対して、吸着 Al 原 子の周期的配置は $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ 単位網で示され、その菱形 の一辺の長さは $\sqrt{3}a_r$ でかつ Si の1×1単位網に対して 30°傾いている。この Al 吸着表面を Si(111) $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ -Al 表面と呼ぶ。図 3(b)は、この表面を[112]方向から眺め た断面図である。基板 Si の原子列は $a_0 = a_r/2$ の周期で



図3 Si(111) $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ -A1表面構造。A1 原子は 被覆率 1/3 で Si(111)表面の T<sub>4</sub>サイトに吸着 し、基板 Si 原子は僅かに緩和する。(a)は平面 図であり、基板 Si の1×1周期単位と吸着 A1 原子の $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ 周期単位を、それぞれ菱形の領 域で示す。(b)は[112]方位から眺めた断面図で あり、正方形の領域は波動場が計算された領域 を示す。

配列し、吸着 Al の原子列は3*a*<sub>0</sub>の周期で配列する。Al 原子の吸着に伴い、下地の Si 原子は4原子層にわたり 僅かながら構造緩和する<sup>12)</sup>。

波動場の計算は10keVの入射電子線を[112]方位に固 定し、入射視射角を変化させて行なった。計算領域は 図 3(b)に示す正方形の領域(一辺 10Å)であり、真空 中から Al 吸着層と基板 Si を 4 原子層まで含んでいる。 計算に用いた結晶ポテンシャルはDoyleとTurner<sup>13)</sup>の数 値を用い、吸収を表す虚数ポテンシャルは結晶ポテン シャルの 10%を想定した。また Debye 因子は Radi<sup>14)</sup> のデータを使用した。マルチスライス法によるスライ ス厚は 0.1 Å であり、約 100 Å の深さまでを計算した。 計算に用いた回折波、即ち逆格子ロッドは0次ラウエ 帯上の7本(00、±1/3±1/3、±2/3±2/3、±1± 1、複号同順)である。回折電子強度の視射角依存性で あるロッキング曲線の計算と実験との比較から、これ らの7つの回折波を計算に取り込むことの妥当性は確 認されている。RHEED では一般に0次ラウエ帯の逆格 子ロッドが関与する回折波が主要であり、それらは電 子線の入射方位に一様な波動場を形成する。従って、 [112]入射方位に沿った波動場の議論は必要なく、入射 方位に垂直な断面内の波動場の分布が重要となる。そ こで図 3(b)の正方形領域内の波動場計算を行ったので 図4及び図5にその結果を示す。"⊕"記号と"+"記 号はそれぞれ吸着Al原子列と下地のSi原子列の位置を 示す。また、明るい領域ほど強い波動場を示す。

図 4 は視射角が θ=1.0°~3.0°の比較的低角におけ る波動場の計算結果であり、Al 吸着層近傍の波動場を 重点的に示すため θ=2.0°以下では吸着 Al 原子層と Si の第一原子層のみを含む領域を示す。視射角 $\theta = 1.0^{\circ}$ の かなり低い視射角では 3ao 周期の Al 原子列上に波動場 が乗る様子が見られる。図 3(b)に示すように[112]方向 に向かって結晶試料の断面を眺めた時、バルク基板の Si 原子列の周期間隔はa。であるが、その周期の変調は 見られない。これは Al 原子層も含めた結晶表面内にお いて00回折波(鏡面反射波)の他には±1/3±1/3の 超格子回折波のみが励起されていることによる。特に θ=1.0°の極めて低い視射角では、この超格子回折電子 は屈折効果により真空中に出られないため、Al 原子層 の上の真空中では 3a0の周期的変調は見られない。波動 場は視射角の上昇に伴い結晶内部方向に移動し、視射 角 $\theta$ =2.0°ではAI原子列は波動場の谷に入る。 $\theta$ =2.6° になると、波動場は表面上方に表面平行な定在波が現 れる。これは 333 ブラッグ反射条件が満たされるため であり、この定在波の周期間隔は基板 Si の(111)面間隔 d<sub>111</sub> = 3.14 Åのほぼ 1/3 に相当することが確認される。  $\theta = 3.0^{\circ}$  になると±1/3 ± 1/3 及び±2/3 ± 2/3 の回折 電子が真空中に出射するため、真空中の波動場には 3a の横方向の変調が存在する。同時に結晶表面内部には ±1 ±1の回折電子が励起され始める。しかしながら、 この±1±1の回折電子は表面平行方向に発生するた



図 4 Si(111)√3×√3-A1表面構造に対する波 動場の計算結果。入射方位は[112]であり、入 射視射角は 1.0°から 3.0°まで変化させた。 明るい領域ほど波動場強度は高い。最上層の "⊕"記号は A1 原子列位置、その下の"+" 記号は基板 Si 原子列位置を示す。 め屈折効果により真空中には出られず、表面内をほぼ 水平に進み、表面近傍には*a*<sub>0</sub>周期の強い波動場を形成 し始める。このような状態を±1±1逆格子ロッドが関 与する表面波共鳴(SWR)状態という。

視射角 $\theta$ =3.2°~3.7°の波動場の計算結果を図 5 に 示す。 $\theta$ =3.0°から3.6°付近までは±1±1逆格子ロッ ドの関与する SWR 条件が満たされ、表面にほぼ平行に 進む±1±1回折電子は表面に強く局在し、興味深い波 動場を形成する。特に $\theta$ =3.4°或は3.5°では吸着 Al 原子列上に波動場が乗ることが認めれる。この時、Al 原子列上の入射電子密度が増大するため Al 原子は強く 電子励起され、その緩和過程として Al の LMM オージ ェ電子強度の増大が観測されることが報告されている <sup>15)</sup>。 $\theta$ =3.6°付近から±1±1回折電子は真空中に出射 し始めるため、真空中には表面平行方向に $a_0$ の周期が 強く現れている。



図 5 Si (111)  $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ -A1表面構造に対する波 動場の計算結果。入射方位は[112]であり、入 射視射角は 3.2°から 3.7°まで変化させた。 明るい領域ほど波動場強度は高い。最上層の " $\Theta$ "記号は A1 原子列位置、以下の 4 原子層 の "+"記号は基板 Si 原子列位置を示す。

### 3.2 Si (001) 2 × 2- Al表面近傍の波動場

清浄なSi(001) 2×1基板表面上に室温でA1原子を 1/2原子層吸着させるとA1原子も二量体(ダイマー) を形成し、図6(a)に示すように楕円で囲んだA1原子の ダイマーが基板Si原子のダイマー(これも楕円で示す) と平行な向きでバルクSiの2倍の周期で配列する<sup>16)</sup>。 これをSi(001) 2×2-Al表面と呼ぶ。図6(a)に示す破線 の小さな正方形はSi(001) 基板表面の1×1単位網であ り、理想表面の周期的単位構造を現す。これに対し、



図 6 Si(001)2×2-A1表面構造。(a)は平面図、 (b)は[100]方位から眺めた断面図。A1 原子が 被覆率 1/2 で清浄な基板 Si(001) 2×1表面に 吸着しており、基板 Si 原子も僅かに緩和する。 (a)には基板 Si の理想構造である1×1周期単 位とSiダイマーからなる基板表面の2×1周期 単位、そして吸着 A1 ダイマーによる2×2周期 単位が破線枠で示され、Si ダイマーとAl ダイ マーは楕円枠で示されている。実線の正方形は ダイヤモンド構造としての単位胞を示し、一辺 の長さは格子定数a = 5.43 Å である。(b)は [100]方位から眺めた断面図であり、長方形領 域内は波動場の計算領域である。理想的には d<sub>001</sub>はダイヤモンド構造の格子定数aに相当す るが、構造緩和のため僅かに圧縮される。"⊕" 記号と"+"記号はそれぞれ A1 と Si の原子 列位置を示す。

45<sup>°</sup>回転する実線の正方形枠はダイヤモンド構造である Si 結晶の単位胞を示し、1 辺が格子定数a = 5.43Åである。理想表面の1×1単位網の一辺の長さは $a_s = a/\sqrt{2} = 3.84$ Åである。清浄な Si (001)表面には Si ダイマーが2 $a_s$ の周期間隔で配列する2×1構造を形成する。この周期構造は長方形の2×1単位網により表されているが、Si (001) 2×2-A1 表面は一辺の長さが2 $a_s$ の正方形の2×2単位網を周期構造とする。

実際の下地の Si (001) 基板表面には多くの単原子ス テップが存在し、ステップを挟む両側のテラス表面は Si 原子の幾何学的配置が 90°回転する。即ち、Si ダイ マー列の向きが 90°回転し、いわゆる2×1表面と 1×2表面が混在する。本研究ではこのような二重分域 (ダブルドメイン)の煩雑性を回避するため、図 6 に 示すように[100]入射方位を選択した。この入射方位で は図 6(a)のように右上方向に並ぶ Si と A1 のダイマー 列と 90°回転した右下方向に並ぶ Si と A1 のダイマー 列が混在しても [100]方向から眺めた断面構造は共に 図 6(b)に示す構造となる。すなわち、二重分域構造が 存在していても単一分域構造を用いた解析が許される。

図 6(b)の "⊕" 記号は A1 原子列の位置を、"+" 記 号は基板の Si 原子列の位置を示す。A1 原子の吸着によ り下地の Si 原子は緩和している。基板内部の Si 原子 列は表面平行方向にa/2の周期で配列するが、表面の Si ダイマーやA1 ダイマーはその2倍の周期a で配列する。 理想的 Si (001) は深さ方向に 4 原子層で 1 周期を示し、 その深さd<sub>001</sub> は格子定数a に相当する。実際の清浄表面 では Si ダイマーが形成されるため表面 4 層は僅かに圧 縮緩和されているが、詳細は割愛する。

波動場の計算領域は図 6(b)に示すように横方向 ([010] 方向) に7Å、縦方向([001] 方向) に9Åの長 方形で示される領域内部とし、吸着 A1 原子とその下の 基板Si原子4層が含まれる。波動場の計算では前の3.1 節で用いた 10keV と異なり、それより低い 5keV の入射 電子線を用いた。結晶ポテンシャル、虚数ポテンシャ ル、Debye 因子、スライス厚などは既に述べた Si(111) √3×√3-A1 表面構造の場合と同様である。 Si(001) 2×2-Al 表面構造では、0次ラウエ帯上の9本 の逆格子ロッド(00、±1/2±1/2、±1±1、± 3/2±3/2、±2±2、複号同順)を考慮した。上記 0 次ラウエ帯の逆格子ロッドを計算に取り込むことは、 既に述べたように RHEED では妥当な近似である。すな わち、表面すれすれに入射する RHEED では図 6(b)に示 す断面構造の結晶ポテンシャル(投影ポテンシャル) には敏感であり、入射方位である[100]方向の結晶ポテ ンシャルの分布は近似として無視できる。

電子線の入射方位を[100]に固定し、視射角をθ

=2.1°から4.5°まで変化させた時の波動場の変化を図7に示す。図4、5と同様に、明るい領域ほど強い波動場を示す。図6(b)と同様に吸着A1原子列と基板Si原子列の位置はそれぞれ"⊕"印と"+"印で示す。θ
 =2.1°の低角では入射電子の多くは真空中に反射することがわかる。特に真空中の波動場は表面平行方向



図 7 Si(001)2×2-A1表面構造に対する波動 場の計算結果。入射方位は[100]であり、入射 視射角は2.1°から4.5°まで変化させた。明 るい領域ほど波動場強度は高い。最上層の"⊕" 記号はA1原子列位置、その下の"+"記号は 基板Si原子列位置を示す。

([010] 方向) にa = 5.43 Å の周期性が認められる。 [100]入射方位から眺めた表面平行方向の本来の(バル クの) Si 原子列の周期はa/2 であるが、表面には Al ダ イマー列やSiダイマー列がその2倍の周期であるaの 周期で存在するため、その影響を受けていることがわ かる。実際にこの視射角で、±1/2±1/2 反射電子(以 後 1/2 次反射電子という) は真空に出射するが、±1±1 反射電子(以後1次反射電子という)はまだ結晶内に も発生していない。 θ=2.4 °は 004 ブラッグ反射条件 が満たされる視射角である。その時の波動場は結晶内 に表面平行にd<sub>001</sub>/4の周期で定在波が立つことが特徴 的に認められる。ただし、理想的には $d_{001} = a$ であるが、 A1 吸着により基板 Si の層間隔は少し緩和している。視 射角 θ = 2.4°付近から 3.5°付近までは結晶内で1次の 回折電子が発生するが、屈折効果により表面から脱出 できず、結晶表面層を進む。このようなSWR条件で は表面近傍に局在する強い波動場が認められる。θ =2.6°では結晶内に生じる1次の回折波によりa/2の周 期の波動場が認められ、θ=2.7°付近ではそのような 表面近傍の波動場強度が異常に増大する。なお、グレ ースケール表示の最大値を超えた領域は黒塗りされて いる。この時、真空中の波動場には表面に平行な定在 波が見られる。これは 1/2 次の反射回折電子強度が弱 まり、入射電子と鏡面(0次の)反射電子のみが真空中 では支配的となり、これらが干渉することにより現れ たものと考えられる。この 1/2 次の反射回折電子の強 度は、表面に局在する1次の回折電子強度に吸収され たものと考えられる。 $\theta$  =3.0° になると、表面に局在 する波動場強度(1次の回折電子)は弱まると伴に1/2 次の反射回折電子強度が回復するため、真空中の波動 場は表面平行にaの周期の変調が現れる。 $\theta$  =3.5°から SWR条件を外れ、1次の反射回折電子は真空中に出射 し始める。 θ=4°では1次の反射回折電子の干渉によ り表面平行方向にa/2の周期性を有す波動場が見られ る。θ=4.5°付近では3/2次の回折電子が結晶内で発生 し、さらに複雑な波動場となる。

### 4. おわりに

真空中に出射する反射回折電子の強度を求める計算 方法については 1980 年代に幾つか報告されているが、 それを発展させた波動場の計算手法についてはこれま で詳細な報告はないように思われる。そこで、本紀要 では波動場の動力学的計算方法を紹介し、例として Si 単結晶基板上の A1 吸着構造について計算した結果を示 した。A1 吸着表面構造については多くの研究手法によ り明らかにされているが、入射電子がこのような結晶 表面に入射した際にどのような振舞いを経て出射する かといった基礎的理解には至っていないのが現状と思 われる。本研究で示した波動場の描画は電子波の結晶 内外での振舞いを理解するのに有意義であり、興味深 い。例えば、反射回折電子の視射角変化に対する強度 ピークはブラッグ反射のみならず複雑な多重散乱の結 果として数多く現れる。そのような強度ピークの起源 を探る上で波動場の振舞いは重要な知見を与える。特 にSWR条件においては入射電子が表面近傍に局在す る様子が伺える。

このような波動場がある原子列上に乗るか否かによ りその原子列の電子励起の確率が大きく影響される。 従って、電子励起に伴う緩和過程として発生するオー ジェ電子や特性X線の強度にも影響する。この現象を 利用すれば、例えば吸着原子の識別や吸着サイトなど の分析への応用が考えられる。最近では高速かつ大容 量のメモリを有するパソコンが自由に活用できるため、 このような計算も可能となったが、計算過程に現れる 発散の問題も潜んでおり、今後の課題である。

### 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 19K05277 の助成を受け たものであり、感謝の意を表す。

### 参考文献

- 1) H. Bethe: Ann. Phys. (Leipzig) 87 (1928) 55.
- 2) J. W. Harding: Phil. Mag. 23 (1937) 271.
- 3) A. R. Moon: Z Naturforsch. 27A (1972) 390.
- 4) R. Collera: Acta Crystallogr. A 28 (1972) 11.
- 5) K. Kambe: Z. Naturforsch. 22A (1964).
- P. A. Maksym and J. L. Beeby: Surface Sci. 110 (1981) 423.
- A. Ichimiya: Jpn. J. Appl. Phys 22 (1983) 176; ibid. 24 (1985) 1365.
- T. C. Zao, H. C. Poon and S. Y. Tong: Phys. Rev. B 38 (1988) 1172.
- 9) G. Meyer-Ehmsen: Surface Sci. 110 (1981) 423.
- 10) S. Nagano: Phys. Rev. B 42 (1990) 7363.
- 11) L.-M. Peng and J. M. Cowley: Acta Crystallogr. A **42** (1986) 545.
- 12) Y. Horio: Surf. Rev. Lett. 4 (1997) 977.
- 13) P. A. Doyle and P. S. Turner: Acta Crystallogr. A 24 (1968) 360.
- 14) G. Radi: Acta Crystallogr. A 26 (1970) 41.
- 15) Y. Horio: Jpn. J. Appl. Phys. 37 (1998) L164.
- 16) H. Sakama, K. Murakami, K. Nishikata, and A. Kawazu: Phys. Rev. B 48 (1993) 5278.