

形状記憶合金エンジンの形状記憶合金ベルトの長さに関する研究

Study on the requirements for the length of the SMA belt of the Shape Memory Alloy engine

佐藤義久*

Yoshihisa Sato

Summary

The purpose of this research is to clarify the requirements for the length of the SMA belt for a SMA engine. In order to put the SMA engine in practical use, maximizing the output power density is most important from the viewpoint of economic efficiency. In the former paper we showed that the output power of the SMA engine highly depends on the diameter of the SMA belt, the radius of the high-temperature wheel and the radius of the low-temperature wheel. In this study we will change the diameter of the SMA belt and theoretically explain whether there is a relational expression between the diameter and the length. If the length of the SMA belt is determined, the height of the SMA engine is also determined. Since the output of the SMA engine can be calculated by the already derived theoretical formula, we can divide it by the volume of the SMA engine and thus, calculate the output power density of the SMA engine. As the result, changing the diameter of the SMA belt, we can calculate the most appropriate value, at which the output power density of the SMA engine is maximal.

キーワード : 形状記憶合金, SMA エンジン, エネルギー変換, 出力密度, SMA ベルトの長さ

Keywords : Shape Memory Alloy, SMA engine, Energy Conversion, Output Power Density, Length of the SMA Belt

1. 諸言

地球温暖化防止の観点から、火力発電所蒸気タービン排熱、工場ボイラ排熱あるいはガス給湯器の排熱等の未利用低温熱エネルギーを有効活用する形状記憶合金エンジンの研究開発を行ってきた。本研究は、東日本大震災を受け、今まで行って来た研究成果を災害復旧用バイオマス熱・電気併給システムの実用化に適用するものである。

単純プリー型形状記憶合金(SMA : Shape Memory Alloy)エンジンに関しては既に W.S.Ginell, 戸伏, 岩永等によって基礎的な研究が行われている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。しかし、SMA エンジンの回転メカニズム、回転角速度、出力が理論的に未解明であった為、大きな進展はなかった。著者等はこれらの研究をさらに発展させ、SMA エ

ンジンの回転角速度 $\omega_{\max}[\text{sec}^{-1}]$ 、最大出力 $P_{\max}[\text{W}]$ を SMA ベルトの断面形状・寸法・長さ、SMA エンジンの高温輪の半径 r および低温輪の半径 R 、SMA ベルトの高温域のヤング率 E_1 および低温域のヤング率 E_2 という外形諸量のみから予測可能な理論式を導出し、その妥当性を大型 SMA 実験装置を用いて実験的に検証した⁽⁴⁾。また、理論式を用いた解析により、高出力化の方向性を明らかにすると共に⁽⁵⁾、さらに、理論式を用いて SMA エンジンの各外形諸量を決定する手法を明らかにし、出力密度に関する予測方法を確立した⁽⁶⁾。

しかし、SMA ベルトの長さ L の決定に関しては、実験的に予測する領域に留まっていた。本研究の目的は、SMA ベルトの最適長さの理論的な決定方法を明らかにするとともに、その妥当性を実験的に検証し、

* 大同大学工学部電気電子工学科 教授
(〒457-8530 名古屋市南区滝春町 10-3)
e-mail:satoy@daido-it.ac.jp

SMA エンジンの出力密度が最大となる最適設計方法を確立し、その成果を適用して“災害復旧用バイオマス熱・電気併給システム”を実用化することである。

2. 記号

d	: SMA ベルトの直径[mm]
r	: 高温輪の半径[cm]
R	: 低温輪の半径[cm]
L	: SMA ベルトの長さ[m]
J_1	: 高温輪の慣性モーメント[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
J_2	: 低温輪の慣性モーメント[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
E_1	: SMA ベルトの高温域のヤング率[GPa]
E_2	: SMA ベルトの低温域のヤング率[GPa]
M	: SMA ベルトの曲げモーメント[$\text{N} \cdot \text{m}$]
M_h	: 高温輪の回転モーメント[$\text{N} \cdot \text{m}$]
ω_1	: 高温輪の回転角速度[sec^{-1}]
ω	: 低温輪の回転角速度[sec^{-1}]
T	: 出力輪(低温輪)のトルク[$\text{N} \cdot \text{m}$]
P_{\max}	: SMA エンジンの最大出力[W]
$R\omega$: SMA ベルトの速度[m/s]
$r\omega_1$: SMA ベルトの速度[m/s]
n	: SMA ベルトの周回数
t	: SMA ベルトの温度[$^{\circ}\text{C}$]
ℓ	: 弦長(高温輪, 低温輪の中心間距離)[m]
W	: SMA エンジンの幅[m]
H	: SMA エンジンの高さ[m]
D	: SMA エンジンの奥行[m]
V	: SMA エンジンの体積[m ³]
$\langle P \rangle$: SMA エンジンの出力密度[W/m ³]
ρ	: SMA ベルトの比重[kg/m^3]
c_1	: SMA ベルトの比熱[J/kg \cdot K]
c_2	: SMA ベルトの放熱係数[J/m ² \cdot sec]
c_3	: SMA ベルトの受熱係数[J/m ² \cdot sec]

3. 研究の目的

SMA ベルトは図 1 に示すように、点 1 で高温輪に接して曲げられ(ひずみ ε_1 , ヤング率 E_2)、お湯に浸かり加熱されながら回転し、点 2 で変態温度に達し真っ直ぐになろうとし(ひずみ ε_1 , ヤング率 E_1)、曲げモーメント M を発生する。その後、SMA ベルトは引き戻され、曲げモーメントを発生する。この曲げモーメントの差が SMA エンジンの回転モーメント M_h となり、SMA ベルトはこの動作を繰り返し、振動しながら回転し続ける。SMA エンジンの回転角速度 ω_{\max} [sec⁻¹] および最大出力 P_{\max} [W] を予測する理論式は SMA エンジンの外形的な諸量(d , r , R , L , J_1 , J_2 , E_1 , E_2)のみを用いて式(1)のように導出できる⁴⁾。そして、導出した理論式を用いた解析および実験から、SMA ベルトの直径 d 毎に最適な高温輪および低温輪の半径を明らかにし、また SMA エンジンの幅 W および奥行 D を決定

した⁵⁾⁶⁾。SMA ベルトの長さ L を理論的に決定する手法を明らかにすれば、SMA ベルトの長さ⁵⁾に強く依存する SMA エンジンの高さ H も決定でき、SMA エンジンの外形諸量が全て決定できる。外形諸量が決定できれば出力および体積がわかり、出力密度の算出が可能となる。SMA エンジンを実用化するためには、経済性の観点より、SMA エンジンの出力密度を最大化することが必要不可欠である。そこで、本研究の目的は、SMA ベルトの直径 d を変化させた場合に、SMA ベルトの長さ L がどのような条件で決定されるかを明らかにし、SMA エンジンの出力密度を最大化する設計手法を明確にすることである。

$$P_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2} \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} [\text{W}]$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{n\pi d^4 L r^2 \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right)}{64(J_1 R^2 + J_2 r^2)}} [\text{sec}^{-1}],$$

$n=2, 3 \quad (1)$

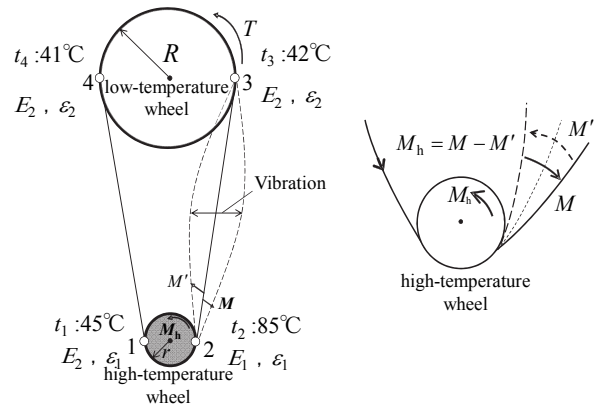


Fig. 1 Symbols of the experiment equipment

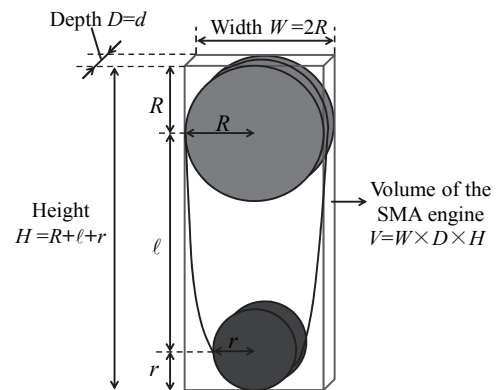


Fig. 2 Volume of the SMA engine

4. SMA ベルトの長さ L

4.1 SMA ベルトの長さ L について

理論式を用いた解析によると、SMA エンジンの最大出力 P_{\max} は、SMA ベルトの長さ L の平方根に比例し、SMA エンジンの体積 V は SMA ベルトの長さ L にほぼ比例するので、SMA エンジンの出力密度 $\langle P \rangle$ は、SMA ベルトの長さ L が短いほど高くなる。SMA ベルトの長さは、SMA ベルトが点 1 から点 2 で加熱され変態温度に達し、点 2 から点 3 の間で空冷され変態温度以下になる受熱と放熱の関係で決まる最小の長さが、SMA エンジンの出力密度を最大とする最適値ではないかと考えられる。

4.2 SMA ベルトの受熱と放熱について

SMA ベルトの受熱と放熱について考える。SMA ベルトの微小長さ $\Delta \ell$ が、点 1 から点 2 間で充分加熱され変態温度以上になり、そのとき持っている熱量を点 2 から点 3 の間で失う。SMA ベルトの微小長さ $\Delta \ell$ が点 2 で持っていた熱量は比熱・質量・加熱温度で求められる。一方、SMA ベルトの微小長さ $\Delta \ell$ が、点 2 から点 3 で失う熱量は、SMA ベルトの放熱係数・表面積・(点 2~点 3 までの移動時間)で求められ、この受熱と放熱がバランスするはずであるから、次式が成立する。

$$c_1 \cdot \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta \ell \cdot (85^\circ\text{C} - 42^\circ\text{C}) = c_2 \cdot \pi d \cdot \Delta \ell \cdot \frac{\ell}{R\omega} \quad (2)$$

SMA
ベルト
の比熱
質量
温度差
SMAベルト
の放熱係数
表面積
点2~点3
までの
移動時間

但し、式(2)に於いて、 c_2 : SMA ベルトの単位面積当たりの放熱量 / 単位時間 である。

一方、SMA ベルトの直径 d を変化させると、回転角速度 ω 及び最適な低温輪の半径 R と弦長 ℓ が変化するので、式(3)が成り立つ。

$$c_1 \cdot \rho \cdot \frac{\pi d'^2}{4} \cdot \Delta \ell \cdot (85^\circ\text{C} - 42^\circ\text{C}) = c_2 \cdot \pi d' \cdot \Delta \ell \cdot \frac{\ell'}{R'\omega'} \quad (3)$$

SMA
ベルト
の比熱
質量
温度差
SMAベルト
の放熱係数
表面積
点2~点3
までの
移動時間

式(3)を式(2)で除すると、式(4)が得られる。

$$\frac{d'}{d} = \frac{\ell'}{\ell} \cdot \frac{R\omega}{R'\omega'} \quad (4)$$

SMA ベルトの微小長さ $\Delta \ell$ が、点 1 から点 2 間で高温輪から受け取った熱量で、SMA ベルトの温度が 45°C

から 85°C に上昇するが、この熱量は SMA ベルト表面からの受熱量とバランスするはずであるから式(5)が成り立つ。

但し、式(5)に於いて、 c_3 : SMA ベルトの単位面積当たりの受熱量 / 単位時間 である。

$$c_1 \cdot \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta \ell \cdot (85^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C}) = c_3 \cdot \pi d \cdot \Delta \ell \cdot \frac{\pi r}{r\omega_1} \quad (5)$$

SMA
ベルト
の比熱
質量
温度差
SMAベルト
の受熱係数
表面積
点1~点2
までの
移動時間

一方、SMA ベルトの直径 d を変化させると、高温輪の回転角速度 ω_1 および最適な高温輪の半径 r が変化し、式(6)が成り立つ。

$$c_1 \cdot \rho \cdot \frac{\pi d'^2}{4} \cdot \Delta \ell \cdot (85^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C}) = c_3 \cdot \pi d' \cdot \Delta \ell \cdot \frac{\pi r'}{r'\omega'_1} \quad (6)$$

SMA
ベルト
の比熱
質量
温度差
SMAベルト
の受熱係数
表面積
点1~点2
までの
移動時間

式(6)を式(5)で除すると、式(7)が得られる。

$$\frac{d'}{d} = \frac{\omega_1}{\omega'_1} \quad (7)$$

高温輪 - 低温輪いずれの場所においても、SMA ベルトの速度は等しいので $R\omega = r\omega_1$ である。

一方、式(7)および高温輪の半径 r は SMA ベルトの直径 d に比例する ($\varepsilon = d/2r$, $\therefore r \propto d$) ことから、以下の式が得られる。

$$\frac{R\omega}{R'\omega'} = \frac{r\omega_1}{r'\omega'_1} = \frac{r}{r'} \cdot \frac{d'}{d} = \frac{d'}{d} \cdot \frac{d'}{d} = 1 \quad (8)$$

式(8)から $R\omega = R'\omega'$ であることが分かり、よって式(4)より式(9)が得られる。

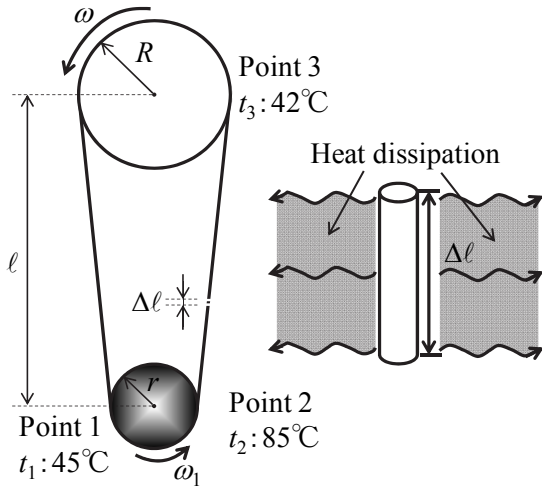
つまり、弦長 ℓ は、SMA ベルトの直径 d に比例することが分かる。

$$\frac{d'}{d} = \frac{\ell'}{\ell} \cdot \frac{R\omega}{R'\omega'} = \frac{\ell'}{\ell} \quad (9)$$

ここで、弦長 ℓ と SMA ベルトの長さ L の関係は、 $L = 2\ell + \pi(R+r)$ であるが、 2ℓ に対して $\pi(R+r)$ は充分小さいので無視すると、SMA ベルトの長さ L と SMA ベルトの直径 d の関係は式(10)に示す通りとなる。

$$\frac{L'}{L} \doteq \frac{d'}{d} \quad L' \doteq L \cdot \frac{d'}{d} \quad (10)$$

以上のことから、式(10)に示すように SMA ベルトの最適な長さ L は、SMA ベルトの直径 d に比例することが分かった。その理由は、SMA ベルトの直径 d が大きくなると SMA ベルトの熱容量が増え、放熱に要する時間が長くなり、その結果、SMA ベルトの長さも長くなるものと考えられる。



5. SMA ベルトの長さ L に関する実験

5.1 実験の目的

SMA ベルトの直径 d 毎に、最適な高温輪の半径 r 及び低温輪の半径 R についての決定方法はすでに分かっている⁶⁾。本実験では、SMA ベルトの直径 d 毎に SMA ベルトの長さ L のみを変化させて出力特性を測定し、最適な SMA ベルトの長さ L を実験的に決定する。SMA ベルトの直径 d 、高温輪の半径 r 、低温輪の半径 R を決定した場合、式(1)より SMA エンジンの最大出力 P_{\max} と回転角速度 ω_{\max} は比例関係 ($P_{\max} \propto \omega_{\max}$) にあるので、実験が比較的容易で測定精度の高い SMA エンジンの回転角速度 ω_{\max} を測定し、回転角速度を体積で除した出力密度相当が最大となる値を最適な SMA ベルトの長さとする。本実験の目的は、SMA ベルトの受熱と放熱の観点より導いた式(10)に示す、SMA ベルトの直径 d と長さ L の関係の妥当性を実験的に検証する。

5.2 実験方法

本実験で使用した装置を図 4 に示す。低温輪の高さは調節可能で、SMA ベルトの長さ L を変化させることができ、高温輪はジャッキにより、SMA ベルトの張りを調節することができる。また、回転角速度 ω は非接触式回転計(株式会社佐藤商事:DT-2259)を用いて測定する。実験条件は、SMA ベルトの直径を $d=1.2\text{mm}$ 、 1.5mm 、 2.0mm とし、高温輪および低温輪の半径は過

去の実験より決定した最適値($d=1.2\text{mm}$ では $r=4.5\text{cm}$ 、 $R=12.5\text{cm}$ 、 $d=1.5\text{mm}$ では $r=5.6\text{cm}$ 、 $R=17.5\text{cm}$ 、 $d=2.0\text{mm}$ では $r=7.5\text{cm}$ 、 $R=20\text{cm}$)を用い、SMA ベルトの長さは SMA ベルトの直径 $d=1.2\text{mm}$ の場合、 $L=1.7\text{m}$ から 6.2m まで変化させ、その時の回転角速度 ω を測定し、出力密度相当が最大となる点を最適な SMA ベルトの長さ L とする。SMA ベルトの直径 $d=1.5\text{mm}$ の場合は、 $L=1.7\text{m}$ から 5.7m 、SMA ベルトの直径 $d=2.0\text{mm}$ の場合は、 $L=2.25\text{m}$ から 4.75m まで変化させ、同様に出力密度相当が最大となる最適な SMA ベルトの長さ L を求める。また、体積 V の算出には、過去の実験より決定している表 1 の値を使用する。

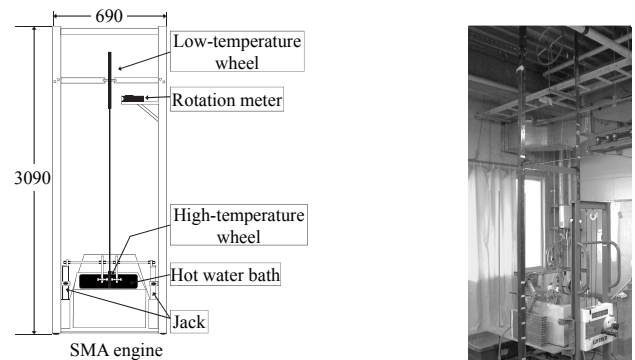


Fig.4 Experiment equipment

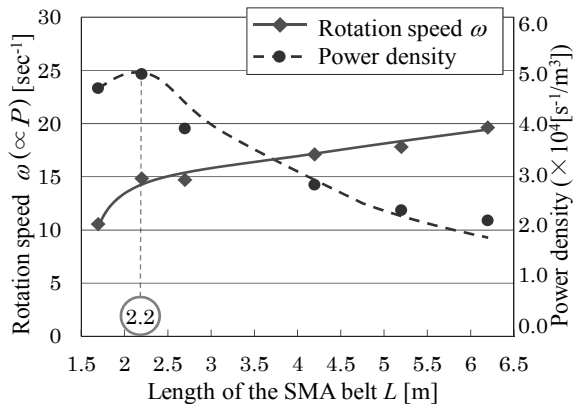
Table 1 Dimension of the optimal SMA engine

Diameter of the SMA belt d [mm]	1.2mm	1.5mm	2.0mm
Radius of high-temperature wheel r [cm]	4.5cm	5.6cm	7.5cm
Radius of low-temperature wheel R [cm]	12.5cm	17.5cm	20cm
Width W [m]	0.25m	0.35m	0.4m
Depth D [m]	1.2 $\times 10^{-3}\text{m}$	1.5 $\times 10^{-3}\text{m}$	2.0 $\times 10^{-3}\text{m}$

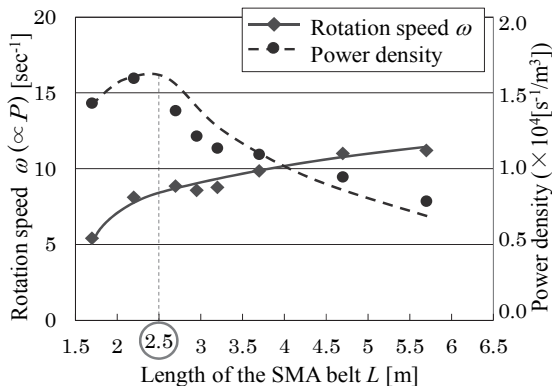
5.3 実験結果

実験結果を図 5 に示す。実験結果から、どの直径の SMA ベルトにおいても、回転角速度 ω (図 5 の実線)は SMA ベルトの長さ L の平方根にほぼ比例して増加し、理論式と同様の傾向を示すことが分かった。したがって、回転角速度 ω のみでは SMA ベルトの長さ L の最適値を見出すことはできない。よって、出力密度相当 (図 5 の破線)が最大となる最適値が存在し、 $d=1.2\text{mm}$

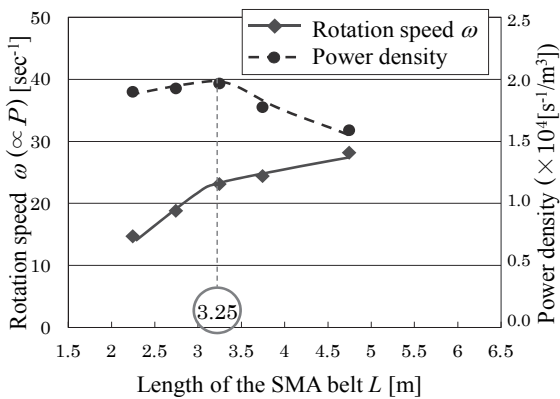
では $L=2.2\text{m}$, $d=1.5\text{mm}$ では $L=2.5\text{m}$, $d=2.0\text{mm}$ では $L=3.25\text{m}$ が最適な SMA ベルトの長さ L となる。
 $\omega_{\max}[\text{sec}^{-1}]/\text{体積 } V[\text{m}^3] = 0.5 \sim 5.0 \times 10^4 [\text{s}^{-1}/\text{m}^3]$



(a) $d=1.2\text{mm}$



(b) $d=1.5\text{mm}$



(c) $d=2.0\text{mm}$

Fig.5 Optimal length of the SMA belts L

5・4 考察

SMA ベルトの受熱と放熱の観点から導いた SMA ベルトの直径 d と長さ L の関係と、実験で得られた結果を比較する(表 2 および図 6 参照). 実験より得られた SMA ベルトの直径 $d=2.0\text{mm}$ の最適な長さ $L=3.25\text{m}$ を基準にして考えると, SMA ベルトの直径 $d=1.2\text{mm}$

の場合では実験値が $L=2.2\text{m}$, 計算値が $L'=1.95\text{m}$, SMA ベルトの直径 $d=1.5\text{mm}$ の場合では実験値が $L=2.5\text{m}$, 計算値が $L'=2.44\text{m}$ であった. 実験値と計算値の誤差は 10% 程度であり, SMA ベルトの受熱と放熱の観点から導いた理論の妥当性を検証することができた. 以上より, 最適な SMA ベルトの長さ L は式(10)を用いて理論的に決定できることがわかった.

Table 2 Optimal length of the SMA belt L

Diameter of SMA belt d	1.2mm	1.5mm	2.0mm
Length of the SMA belt L' (Theory)	1.95m	2.44m	3.25m (Standard)
Length of the SMA belt L (Experiment)	2.2m	2.5m	3.25m
The error of a Theory and an Experiment $(L-L')/L'$	13%	2.5%	0%

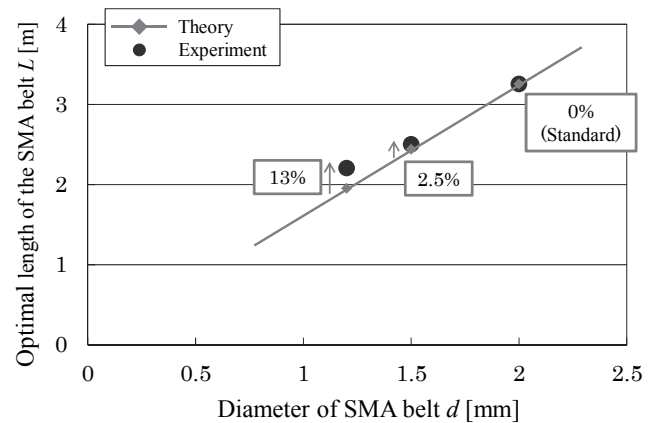


Fig.6 Relation between optimal length L and diameter d

以上の研究より, SMA エンジンの最適化(出力密度最大)設計手法は, 図 7 に示すフローチャートのとおりとなることがわかった.

まず, SMA ベルトの直径 d を決めると, 高温輪の半径 r はひずみ限界 $\varepsilon=1.33\%$ から決まり, 低温輪の半径 R は, SMA ベルトの直径 d と高温輪の半径 r が決定すると, 理論式を用いた解析により出力が最大となる最適値として求められる. 次に, SMA エンジンの高温輪と低温輪の中心間距離である弦長 l は, SMA ベルトの

直径 d に比例するので式(9)より決定できる ($\ell' = \ell \cdot \frac{d'}{d}$).

また, $L = 2\ell + \pi(R+r)$ より, SMA ベルトの長さ L を決定することができる.

このようにして, SMA エンジンの外形諸量が決定されれば, 式(1)に示す理論式を用いて最大出力 P_{\max} が求まり, $V = W(2R) \times D(d) \times H(\ell + R + r)$ から体積 V が求められるので, 出力密度 $\langle P \rangle$ を算出することができる.

以上のとおり, SMA ベルトの直径 d を決定すれば, SMA エンジンの出力密度が最大となる最適な外形諸量を決定する設計手法を明確にすることができた (図7参照).

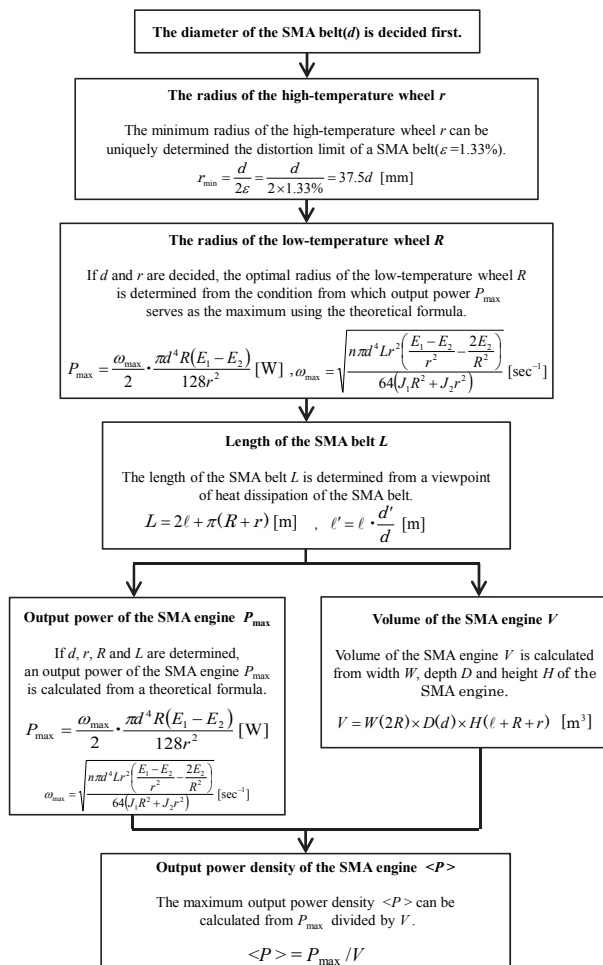


Fig.7 Flow chart of the design for the optimal SMA engine

6. まとめ

本研究で得られた主な成果を以下に示す.

(1) SMA エンジンの最大出力 P_{\max} は SMA ベルトの長さ L の平方根に比例して高くなる.

(2) SMA エンジンの出力密度 $\langle P \rangle$ が最大となる最適な SMA ベルトの長さ L が存在することがわかった.

(3) SMA エンジンの出力密度 $\langle P \rangle$ が最大となる最適な SMA ベルトの長さ L は, SMA ベルトの直径 d に比例することを理論的に導き, その妥当性を実験的に検証した.

(4) SMA エンジンの出力密度が最大となる SMA エンジンの外形諸量の決定方法を明らかにすることができた.

以上のとおり, SMA エンジンの出力密度が最大となる最適設計手法に関する知見, ノウハウを得ることができ, SMA エンジンを用いた新発電システムの実用化に貢献することができた.

7. 今後の予定

本研究までの成果により, SMA ベルトの直径 d を決めると高温輪の半径 r , 低温輪の半径 R , SMA ベルトの長さ L の最適値が決定される. すなわち, SMA エンジンの体積が決定できる. 以上の成果を基に SMA エンジンの出力密度が最大となる, SMA ベルトの直径 d に関する研究を実施する予定である.

文 献

- (1) W.S.Ginell, J.L.McNichols Jr., and J.S.Cory, "Nitinol Heat Engines for low-grade thermal energy conversion", *Mechanical Engineering*, Vol. 101, No. 5, (1979), pp.26-33.
- (2) H.Tobushi, J.R.Cahoon, "Mechanical Analysis of a Solar-Powered Solid State Engine", *Transactions of the Canadian Society of Mechanical Engineers*, Vol. 9, No. 3, (1985), pp.137-141.
- (3) 岩永弘之, 戸伏壽昭, 伊藤広道, "形状記憶合金熱エンジンの出力特性の基礎研究(第1報)", 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 54, No. 497 (1987), pp. 177-180.
- (4) 佐藤義久, 森本浩紀, 吉嶺和哉, 松川達也, "形状記憶合金エンジンの出力特性に関する研究(第4報)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 76, No. 771 (2010), pp. 213-220.
- (5) 佐藤義久, 吉嶺和哉, 森本浩紀, 藤田秀紀, "形状記憶合金エンジンの高出力化に関する研究", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 76, No. 767 (2010), pp. 72-79.
- (6) 佐藤義久, 吉嶺和哉, 内山元気, 渡邊敬之, "形状記憶合金エンジンの出力密度に関する研究", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 77, No. 782 (2011), pp. 170-176.